Simulation numérique de la propagation d'une source laser incohérente dans une fibre optique

Stéphane Balac, Thierry Chartier, Arnaud Fernandez, Alain Mugnier, David Pureur

Simulation numérique de la propagation d'une source laser incohérente dans une fibre optique

S. Balac(1), T. Chartier(1), A. Fernandez(1), A. Mugnier(2) et D. Pureur(2)

(1) UEB, Université Européenne de Bretagne, Université de Rennes I, CNRS UMR 6082 FOTON
ENSSAT, 6 rue de Kerampont, BP 80518, 22305 Lannion, France
(2) QUANTEL, 4 rue Louis de Broglie, 22300 Lannion, France
Arnaud.Fernandez@enssat.fr

***Résumé* — Le présent travail concerne les lasers à fibre impulsionnels de puissance de type MOPFA (oscillateur laser maître suivi d'un amplificateur à fibre). Un travail expérimental a permis d'établir que les non-linéarités observées (effet Kerr, mélange à quatre ondes, effet Raman) pouvaient être de nature très différentes selon les caractéristiques de la source issue du laser maître sans toutefois permettre de déterminer si la statistique des photons est seule responsable des différents scénarios non-linéaires observés. Nous avons développé un code de simulation numérique afin de pouvoir valider l'hypothèse selon laquelle les propriétés du laser maître en termes de cohérence jouent un rôle prépondérant dans la manifestation des non-linéarités.**

I. INTRODUCTION

Par une technique expérimentale de mesure spectrale résolue en temps présentée dans la référence [1], nous avons analysé l'évolution spectrale de trois sources laser impulsionnelles nano-secondes générées à 1064 nm à un taux de répétition de 20 kHz, puis amplifiées. Par l'observation de « tranches temporelles » d'impulsions de 10 ns de durée, obtenues grâce à un modulateur acousto-optique placé en sortie de l'amplificateur, il est possible de caractériser l'évolution des effets non-linéaires intervenant dans un laser à fibre impulsionnel et de discriminer les effets non-linéaires associés à chaque tranche de l'impulsion. Les résultats expérimentaux montrent que, pour une même impulsion (largeur temporelle, puissance crête), on peut avoir des comportements non-linéaires très différents selon qu'il s'agisse d'une source continue, partiellement cohérente et fine spectralement ou incohérente et plus large bande, c'est-à-dire d'un point de vue expérimental selon le choix et les paramètres de l'oscillateur laser maître (configuration Q-switch, source d'émission spontanée amplifiée, laser continu partiellement cohérent). Cependant ces observations expérimentales ne permettent pas de déterminer si la statistique des photons est seule responsable des différents scénarios non-linéaires observés et entraînant des modifications spectrales bien distinctes. C'est la raison pour laquelle nous avons cherché à développer un outil de simulation numérique afin d'étudier les propriétés de cohérence d'un laser à fibre impulsionnel de puissance.

La propagation d'une onde dans une fibre optique caractérisée par un indice de groupe n_g est décrite par l'équation non-linéaire généralisée de Schrödinger (GNLSE) [2]. Cette forme particulière de l'équation de Schrödinger est obtenue à partir des équations de Maxwell en exploitant un certain nombre d'hypothèses rendues possibles par les caractéristiques très particulières de la propagation d'une onde dans un milieu comme une fibre optique. Dans le cadre de notre étude, une hypothèse essentielle connue sous le nom *d'approximation de l'enveloppe lentement variable* stipule que le champ électrique $\mathbf{E}$ de l'onde optique est polarisée linéairement dans une direction $\mathbf{e_x}$ transverse à la direction de propagation $\mathbf{e_z}$ définie par la fibre et peut être représentée comme une fonction du temps τ et de la position $\mathbf{r} = (x, y, z)$ sous la forme [2]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \tau) = A(z, t)\, F(x, y)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_0 \tau - kz)}\, \mathbf{e_x} \tag{1}$$

où $A(z, t)$ désigne l'enveloppe lentement variable de l'onde, $F(x, y)$ représente la variation transverse de l'onde, k est le nombre d'onde, $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ est la pulsation de l'onde et $t = \tau - z/v_g$ est le temps local au repère mobile se déplaçant avec l'onde à la vitesse de groupe $v_g = c/n_g$. L'expression de F peut être calculée explicitement en utilisant les méthodes usuelles de séparation de variables pour les équations aux dérivées partielles.

Dans notre étude, l'évolution temporelle de l'enveloppe lentement variable $A(z, t)$ est gouvernée par la forme suivante de l'équation de Schrödinger [2]

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial z} A = -\frac{\alpha}{2} A + \left(\sum_{n=2}^{\infty} \mathrm{i}^{n+1} \frac{\beta_n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial t^n} A \right) \\ + \mathrm{i}\gamma \left(1 + \frac{\mathrm{i}}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left((1 - f_R) A \left|A\right|^2 + f_R\, A \left(h_R \star \left|A\right|^2 \right) \right)\end{aligned} \tag{2}$$

pour $t \in \mathbb{R}$ et $z \in [0, L]$, L désignant la longueur de la fibre. Les phénomènes physiques pris en compte dans l'équation (3) sont les suivants. L'atténuation linéaire intervient via le terme αA où α est la constante d'atténuation de la fibre et la dispersion linéaire via les coefficients de dispersion β_n pour $n \geq 2$. Des effets non linéaires sont également pris en compte. Les effets Kerr instantanés se manifestent à travers le terme $\gamma\,(1 - f_R)\, A \left|A\right|^2$. La contribution Raman retardée est prise en compte par le produit de convolution de la puissante instantanée $\left|A\right|^2$ par la fonction de réponse Raman h_R. La constante f_R représente la contribution partielle de la réponse Raman retardée à la polarisation non linéaire. Par ailleurs, dans l'équation (3) la dérivation en temps prend en compte la dispersion des non-linéarités à travers le paramètre $\tau_{shock} = 1/\omega_0$.

On introduit les opérateurs linéaire $\mathcal{D}_t$ et non linéaire $\mathcal{N}$:

$$\mathcal{D}_t : A \mapsto -\frac{1}{2}\alpha A - \sum_{n=2}^{\infty} \beta_n \frac{\mathrm{i}^{n-1}}{n!} \frac{\partial^n}{\partial t^n} A$$

$$\begin{aligned}\mathcal{N} : A \in E \mapsto \mathrm{i}\gamma \left(1 + \frac{\mathrm{i}}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Big((1 - f_r) A |A|^2 \\ + f_r A \left(h_R \star_t |A|^2 \right) \Big)\end{aligned}$$

On s'intéresse à la résolution numérique du problème aux

Ce travail est soutenu financièrement par la région Bretagne dans le cadre du projet Green-Laser.

dérivées partielles suivant pour $z \in [0, L]$ et $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z} A(z,t) = \mathcal{D}_t A(z,t) + \mathcal{N}(A)(z,t) \\ A(0,t) = A_0(t) \qquad \forall t \in \mathbb{R} \end{cases} \tag{3}$$

où A_0 est une donnée qui correspond à l'enveloppe lentement variable du champ électrique en entrée de la fibre.

II. RÉSOLUTION NUMÉRIQUE DE L'ÉQUATION GNLS AVEC TERME SOURCE STOCHASTIQUE

A. La méthode RK4IP

Récemment une méthode baptisée « fourth-order Runge-Kutta method in the interaction picture method » (méthode RK4-IP) a été proposée [3] comme alternative aux méthodes de Split-step pour résoudre numériquement l'équation de Schrodinger généralisée (3). Nous avons montré [4] que pour un coût comparable à la méthode de Split-step symétrique (méthode SSS) basée sur le schéma de Strang, la méthode RK4-IP exhibait une convergence d'ordre 4 au lieu de la convergence d'ordre 2 de la méthode SSS. C'est donc la méthode RK4-IP que nous avons retenu pour notre code de simulation.

Le principe de la méthode RK4-IP pour la résolution du problème (3) consiste à introduire une subdivision $(z_k)_{k=0,\dots,K}$ de l'intervalle $[0, L]$ et à résoudre sur chaque sous-intervalle $[z_k, z_{k+1}]$ les 3 problèmes imbriqués suivants :

- $$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z} A_k(z,t) = \mathcal{D}_t A_k(z,t) \qquad \forall z \in [z_k, z_{k+\frac{1}{2}}] \\ A_k(z_k,t) = A_{k-1}(z_k,t) \end{cases} \tag{4}$$

où $t \mapsto A_{k-1}(z_k, t)$ désigne la solution au noeud z_k calculée à l'étape $k-1$

- $$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z} A_k^{\mathrm{ip}}(z,t) = \mathcal{G}_k(z,t,A_k^{\mathrm{ip}}) \qquad \forall z \in [z_k, z_{k+1}] \\ A_k^{\mathrm{ip}}(z_k,t) = A_k(z_{k+\frac{1}{2}},t) \end{cases} \tag{5}$$

où $t \mapsto A_k(z_{k+\frac{1}{2}}, t)$ désigne la solution du problème (4) au noeud $z_{k+\frac{1}{2}}$ et où $\mathcal{G}_k$ est l'opérateur défini par $\mathcal{G}_k(z,t,\cdot) = \exp(-(z - z'_k)\mathcal{D}_t) \circ \mathcal{N} \circ \exp((z - z'_k)\mathcal{D}_t)$.

- $$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z} A_k(z,t) = \mathcal{D}_t A_k(z,t) \qquad \forall z \in [z'_k, z_{k+1}] \\ A_k(z_k,t) = A_k^{\mathrm{ip}}(z_{k+1},t) \end{cases} \tag{6}$$

où $t \mapsto A_k^{\mathrm{ip}}(z_{k+1}, t)$ désigne la solution du problème (5) au noeud z_{k+1}.

Tout comme pour la méthode de Split-step symétrique, les problèmes linéaires (4) et (6) peuvent être résolus efficacement par transformée de Fourier et la solution calculée par l'algorithme FFT. Le problème non linéaire (5) est quant à lui résolu en utilisant un schéma de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4). Une mise en œuvre astucieuse de cette approche utilisant les symétries induites par le schéma RK4 dans la discrétisation des opérateurs $\mathcal{D}_t$, $\mathcal{N}$ et $\mathcal{G}_k$ permet de disposer d'un méthode numériquement efficace. Par ailleurs, nous avons mis en oeuvre une stratégie de pas adaptatif pour la subdivision $(z_k)_{k=0,\dots,K}$ basée sur l'exploitation d'un schéma de Runge-Kutta emboîté permettant de disposer d'une estimation de l'erreur locale à chaque noeud de discrétisation spatiale.

Une particularité du problème traité réside dans la nécessité de prendre en compte une fenêtre spectrale de grande taille dans le calcul en raison du décalage de la fréquence centrale et de l'élargissement du spectre de l'onde optique au cours de sa propagation liées aux non-linéarités. D'un point de vue pratique cela signifie que le nombre de noeuds de la discrétisation temporelle et fréquentielle requis pour l'algorithme FFT est très grand (de l'ordre de $2^{23} \sim 10^7$).

B. Génération de la source incohérente

Pour prendre en compte les propriétés de cohérence partielle de la source laser nous représentons l'amplitude complexe A en entrée de fibre (terme A_0 dans (3)) par un processus stochastique Gaussien stationnaire à valeurs complexes de fonction d'auto-corrélation donnée. Les méthodes usuelles de simulation d'un processus gaussien (basées sur une factorisation de Choleski de la matrice de covariance) se sont révélées inopérantes d'un point de vue numérique en raison du grand nombre de noeuds de discrétisation temporelle requis entraînant des échantillons aléatoires à générer de très grande taille. Nous avons donc eu recours à une méthode plus sophistiquée récemment proposée et dénommée *Circular embedding method* (CEM) [5].

D'un point de vue pratique, un grand nombre de « signaux » (fonctions) complexes correspondant à des réalisations du processus stochastique $A_0(t)$ sont simulés en utilisant la CEM puis propagés en résolvant l'équation GNLS (3) par la méthode RK4IP. Une analyse statistique est effectuée sur les « signaux » $A(L, t)$ en sortie de fibre afin d'en déterminer les caractéristiques et estimer la fonction d'autocorrélation. Mentionnons que compte tenu du caractère non linéaire de l'équation GNLS (3), il est impossible de prédire mathématiquement la loi du processus stochastique $A(L, t)$ en sortie de fibre. Seuls ses moments peuvent être estimés.

III. CONCLUSION

Dans le cadre d'une étude des lasers à fibre impulsionnels de puissance, nous avons développé un code de simulation numérique permettant de simuler la propagation d'une source laser incohérente dans une fibre optique afin d'étudier les propriétés de cohérence d'un tel laser. Le caractère incohérent de la source issue du laser maître est pris en compte en la représentant à l'aide d'un processus stochastique Gaussien. La propagation de l'onde optique dans la fibre est simulée numériquement en résolvant l'équation GNLSE par la méthode RK4IP. Les comparaisons entre résultats issus du code de simulation numérique et résultats expérimentaux sont en cours.

RÉFÉRENCES

[1] P. Beaure D'Augères et al., "Time-resolved spectral analysis for nonlinear effects characterization in pulsed lasers", in *Proceedings conference* SPIE Photonics Europe 2010 (Bruxelles, Belgique), [7728-27], 2010.

[2] G. Agrawal, "Nonlinear Fiber Optics", *Academic Press*, 2006.

[3] J. Hult, "A fourth-order runge–kutta in the interaction picture method for simulating supercontinuum generation in optical fibers", *J. Lightwave Technol.*, 25(12), p. 3770–3775, 2007.

[4] S. Balac, A. Fernandez, F. Mahé et R. Texier-Picard, "The Interaction Picture method for solving the generalised nonlinear Schrodinger equation for wave propagation in optical fibres", article en préparation, 2012.

[5] D. B. Percival, "Exact simulation of complex-valued gaussian stationary processes via circulant embedding", *Signal Processing*, 86, p.1470–1476, 2006.